Universidad de Costa Rica — I Ciclo, 2017.
Facultad de Ciencias — 06 de mayo de 2017
Escuela de Matemática
MA-1004 Algebra Lineal — Tiempo: 3 horas

Examen Parcial # 1
56 puntos

Instrucciones generales: El examen debe resolverse en un cuaderno de examen, de forma clara y ordenada. En presencia de tachones o marcas de corrector no se aceptaran reclamos posteriores a la entrega de resultados. Solamente se revisarán las soluciones que se encuentren en el cuaderno de examen. No se aceptarán hojas adicionales (sueltas). El examen debe ser escrito con bolígrafo azul o negro. Si hay partes escritas con lápiz, se pierde el derecho a reclamar cuando se entreguen los resultados. Este examen es de desarrollo, motivo por el cual, para cada uno de los enunciados, debe aparecer todo el procedimiento que justifique correctamente la solución. No es necesario responder a los enunciados en el orden que aparecen, pero si debe quedar claro qué solución corresponde a cada enunciado.

1. Encuentre el conjunto solución del siguiente sistema de ecuaciones aplicando el método de solución de Gauss-Jordan. (7 puntos)

$$\begin{cases} x+y-z &= 2 \\ 2x-4y+3z &= -1 \\ 3x+7y-z &= 3 \end{cases}$$

2. Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 2+a & 0 & 2+a \\ 1 & -a & 1 \\ 0 & 1 & -a \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$.

   a) Encuentre todos los valores de a para los cuales el sistema homogéneo tiene soluciones infinitas y escriba los respectivos conjuntos de soluciones. (10 pts)

   b) Sea $b = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$.¿Existe algún valor de a para el cual el sistema $Ax = b$ sea consistente y tenga infinitas soluciones? Justifique su respuesta. (5 pts)

3. Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$. Sin usar operaciones de fila verifique que A es invertible y calcule la coordenada (1,3) de su matriz inversa. (6 pts)

. *sigue atrás...*

4. Si (5 pts)

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 5,$$

encuentre el valor del determinante de la matriz A^3 si

$$A = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 & a_2 - b_2 & a_3 - b_3 \\ 2c_1 & 2c_2 & 2c_3 \\ 3b_1 & 3b_2 & 3b_3 \end{pmatrix}$$

5. Sea $P = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ -1 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ y $R = \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \\ 6 \end{pmatrix}$

   a) Calcule el ángulo en radianes entre $\overrightarrow{PQ}$ y $\overrightarrow{PR}$. (5 pts)

   b) Calcule el área del paralelogramo formado por los vectores $\overrightarrow{PQ}$ y $\overrightarrow{PR}$ (6 pts)

6. *a*) En la ecuación matricial $(3A+XB)^t = -(2X)^t + B$, donde (2I+B) es invertible utilice álgebra de matrices para hallar la matriz X. Suponga que A, B y C son matrices de ordenes adecuados para que se puedan realizar las operaciones respectivas y que I es la matriz identidad. (7 pts)

   b) Hallar la matriz X si $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. (5 pts)