UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICA

MA-1004 ALGEBRA LINEAL
CARTA AL ESTUDIANTE
II CICLO 2017

GENERALIDADES

- Nombre del curso: Álgebra Lineal.
- Sigla: Ma-1004.
- Naturaleza del curso: Teórico-práctico.
- N° de horas presenciales: 5.
- N° de horas estudio independiente : 10.
- Horas totales: 15.
- Modalidad: Semestral.
- Créditos: 3.
- Requisito: Ingreso a carrera.
- Correquisito: ninguno.

Estimado Estudiante:

Por parte de la cátedra del curso MA 1004 Álgebra lineal, reciba una cordial bienvenida. Esperamos que este contribuya significativamente en su formación profesional. En este documento encontrará la información referente a la descripción, objetivos, contenido, evaluación, cronograma y bibliografía del curso.

1 Aspectos generales del curso

Introducción.
Este curso brinda las herramientas básicas que son esenciales en muchos campos de estudio. Su utilidad práctica se ha consolidado en la explicación de principios fundamentales y en la simplificación de cálculos en distintas ramas como ingeniería, ciencias de cómputo, matemáticas, física, biología, procesamiento de imágenes, economía y estadística, etc. Por tanto, esperamos que se sienta estimulado para el trabajo que deberá realizar en el curso. El curso inicia con la teoría

de matrices de componentes reales y su relación con el estudio de los sistemas de ecuaciones lineales. Posteriormente se utilizarán herramientas algebraicas en la resolución de problemas de tipo geométrico. En la segunda parte del curso se llega al estudio de los espacios vectoriales y las transformaciones lineales en dimensión finita. Finalmente se hace una aplicación al estudio de las formas cuadráticas. Se pretende que ud como estudiante aprenda diferentes métodos de cálculo para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, ecuaciones en términos matriciales y problemas geométricos. Además, se busca que conozca los conceptos y resultados teóricos básicos necesarios para la resolución de ejercicios prácticos. En este curso se requiere que como estudiante desarrolle su capacidad de pensamiento abstracto. Se busca que obtenga conclusiones sobre cómo resolver un problema, reconociendo las hipótesis planteadas, y utilizar los conceptos teóricos en el planteamiento de la solución de dicho problema. Para este fin será necesario incluir algunas demostraciones simples y la generalización de algunos conceptos, sin llegar a un nivel de abstracción extremo.

Este curso tiene un nivel medio de dificultad y se requiere que el estudiante dedique suficiente tiempo para comprender los diferentes conceptos y los resultados teóricos estudiados en la clase. Como apoyo a esta tarea, todos los profesores de la cátedra contamos con horas de oficina destinadas a atender las consultas de los estudiantes del curso. Las horas de consulta de cada profesor serán publicadas oportunamente en la pizarra de anuncios del curso, la cual se encuentra ubicada en el pasillo del segundo piso del edificio de Física y Matemáticas. Los profesores estarán prestos en la atención de los estudiantes en sus respectivas horas de consulta, en el momento en que éstos lo necesiten. En esta misma pizarra se publicarán todos los avisos importantes del curso, por lo que le recomendamos pasar a revisarla frecuentemente. El estudiante puede consultar al respecto sobre el tiempo dedicado al curso de acuerdo al número de créditos de éste en la referencia http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/definicion_credito.pdf . Otro apoyo adicional, en conjunto con la Vicerrectoría de Vida Estudiantil, son los llamados Estudiaderos los cuales son centros de estudio atendidos por asistentes. En estos centros los asistentes le ayudarán a evacuar dudas sobre ejercicios o teoría. El CASE de Ciencias Básicas en coordinación con la Escuela de Matemática, ofrece a la población estudiantil apoyo extra clase en cursos de servicio de matemática por medio de los Estudiaderos. Este servicio se ofrece todos los Miércoles a partir de la segunda semana de clases, en el aula 102 de Física-Matemática, tiene un horario de 10:00 a.m a 6:00 p.m., también se da los viernes en la Facultad de Ingeniería de 9:00 a.m a 6:00 p.m., en el tercer piso Sala Multimedia. Este espacio se extenderá durante todo el semestre. Para más información puede consultar la Oficina de Vida Estudiantil, ubicada en el segundo piso de la Escuela de Matemática.

2 Objetivos generales del curso.

- Contribuir a la formación matemática del estudiante, esencial para describir, entender y resolver problemas propios de su disciplina.
- Contribuir al desarrollo del estudiante, de su habilidad para interpretar y deducir analíticamente resultados del álgebra lineal y aplicar estos a su disciplina de estudio.
- Fomentar el uso correcto del lenguaje de la matemática y desarrollar la habilidad para expresar ideas de manera rigorosa y coherente.
- Que el estudiante adquiera el dominio de los temas básicos del álgebra lineal.

3 Objetivos Específicos.

1. Aplicar algoritmos convenientes para resolver sistemas de ecuaciones lineales.
2. Expresar, en forma adecuada, el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales.
3. Conocer el álgebra de matrices y aplicarla adecuadamente a la solución y análisis de los sistemas de ecuaciones lineales.
4. Determinar, si existe, la inversa de una matriz cuadrada.
5. Conocer y aplicar las propiedades básicas del cálculo de determinantes.
6. Aplicar el cálculo de determinantes a la solución de sistemas de ecuaciones lineales, identificando los casos en los cuales es factible.
7. Conocer y aplicar la geometría vectorial a diferentes tipos de problemas.
8. Identificar el conjunto $\mathbb{R}^n$ como un espacio vectorial con producto interno.
9. Conocer la geometría de los espacios $\mathbb{R}^n, n \geq 1$ y poder generalizar los conceptos de línea recta y plano.
10. Conocer y aplicar las propiedades básicas del producto vectorial en $\mathbb{R}^3$.
11. Conocer la estructura de espacio vectorial.
12. Determinar espacios vectoriales de matrices y polinomios.
13. Determinar espacios vectoriales d polinomios.
14. Determinar si un conjunto de vectores constituye una base para un espacio vectorial.
15. Obtener una base ortogonal a partir de una base dada de un espacio vectorial.
16. Determinar el complemento ortogonal de un subespacio de $\mathbb{R}^n$.
17. Identificar los espacios vectoriales de dimensión finita con los espacios $\mathbb{R}^n$.
18. Determinar si una función dada, de $\mathbb{R}^m$ en $\mathbb{R}^n$ es una transformación lineal.
19. Representar una transformación lineal mediante una matriz.
20. Conocer las propiedades básicas de las transformaciones lineales y su relación con el álgebra de matrices.
21. Determinar transformaciones lineales entre espacios vectoriales generales de dimensión finita.
22. Determinar bases para el núcleo y la imágen de una transformación lineal.
23. Representar una transformación lineal mediante una matriz, asociada a cualquier par de bases dadas de su dominio y de su codominio respectivamente.
24. Determinar matrices de cambio de bases y relacionarlas con la representación matricial de una transformación lineal.
25. Obtener los valores propios de una matriz y los espacios propios asociados a cada valor propio.

26. Determinar si una matriz o transformación lineal, es diagonalizable o no.
27. Aplicar los conceptos sobre ortogonalización al estudio de las ecuaciones cuadráticas en dos y tres variables con sus representaciones gráficas.
28. Aplicar el Teorema Resumen en todas sus versiones.

4 Actividades para cumplir objetivos

1. Para cumplir los objetivos del 1) al 6) el estudiante debe realizar lo siguiente: Repasar las propiedades de los nmeros reales, la resolución de sistemas de ecuaciones lineales en dos variables, así como el tema de factorización.
2. Para cumplir los objetivos del 7) al 15) el estudiante debe realizar lo siguiente: Repasar la parte de suma de vectores (flechas), además los temas de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, álgebra matricial y determinantes deben estar presentes.
3. Para cumplir los objetivos del 15 al 21) el estudiante debe realizar lo siguiente: Revisar el concepto de función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva. Además se deben manejar con solvencia los temas anteriores.
4. Para cumplir los objetivos del 22) al 24) el estudiante debe realizar lo siguiente: Repasar la teoría sobre cónicas y tener presente todo lo visto anteriormente.

5 Programa

El programa del curso consta de 10 temas principales desglosados a continuación.

5.1 Matrices y sistemas de ecuaciones lineales

Concepto general de una matriz. Matrices especiales. Álgebra de matrices. Propiedades básicas del álgebra de matrices. Sistemas de n ecuaciones lineales en m variables. Solución y conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales. Matriz de coeficientes y matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales. Operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Matrices equivalentes. Sistemas de ecuaciones lineales equivalentes y su relación con las operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Forma escalonada y forma escalonada reducida. Rango de una matriz. Método de reducción de Gauss-Jordan. Solución de un sistema de ecuaciones lineales que depende de uno o más parámetros. Sistemas de ecuaciones lineales homogéneos y no homogéneos.

5.2 Matrices Invertibles

Inversa de una matriz y matrices invertibles. Método de Gauss-Jordan para hallar la inversa de una matriz. Matrices invertibles y sistemas lineales. Matriz transpuesta y sus propiedades.

Combinación lineal de un conjunto de vectores de $\mathbb{R}^n$. Dependencia e independencia lineal de un conjunto de vectores de $\mathbb{R}^n$.

5.3 Determinantes

Definición del determinante de una matriz cuadrada y sus propiedades elementales. Cálculo del determinante de una matriz triangular. Determinante de una matriz invertible. Determinante de la transpuesta de una matriz. Cálculo de determinantes aplicando operaciones elementales sobre las filas y/o columnas de matriz. Regla de Cramer. Cálculo de la inversa de una matriz usando la matriz adjunta. Relación entre el rango de una matriz y su determinante

5.4 Geometría vectorial

Representación geométrica de un vector. Suma y resta de vectores, su representación geométrica y propiedades. Producto escalar de vectores y sus propiedades. Norma de un vector. Ángulo entre dos vectores. Producto cruz en $\mathbb{R}^3$, propiedades y aplicaciones. Proyecciones ortogonales en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$.

5.5 Rectas y planos

Descripción de una línea recta en $\mathbb{R}^n$. Ecuaciones vectorial, paramétricas y simétricas de una línea recta en $\mathbb{R}^3$.Planos en $\mathbb{R}^3$. Ecuación vectorial,normal y cartesiana de un plano en $\mathbb{R}^3$. Hiperplanos en $\mathbb{R}^n$. Distancia entre dos puntos. Distancia entre un punto y una recta. Distancia entre dos rectas, entre un punto y un plano, y entre dos planos.

5.6 Espacios vectoriales

Definición y propiedades básicas de los espacios vectoriales. Ejemplos de espacios vecoriales incluyendo espacios de matrices y polinomios. Subespacio vectorial. Combinación lineal de un conjunto de vectores de un espacio vectorial. Conjunto generador de un espacio vectorial. Bases y dimensión de un espacio vectorial. Coordenadas de un vector con respecto a una base. Espacio fila y espacio columna de una matriz. Intersección y suma de subespacios vectoriales.

5.7 Ortogonalidad y proyecciones

Conjuntos de vectores ortogonales. Bases ortonormales. Complemento ortogonal de un subespacio. Proyección ortogonal sobre un subespacio. Método de ortonormalización de Gram-Schmidt para la construcción de bases ortonormales. Distancia de un punto a un subespacio vectorial.

5.8 Transformaciones lineales

Concepto de transformación lineal. Determinación de una transformación lineal conocida su acción sobre una base. Núcleo e imagen de una transformación lineal. Inyectividad y sobreyectividad de una transformación lineal. Relación entre las dimensiones del dominio, el núcleo y la imagen de una transformación lineal. Matriz asociada a una transformación lineal. Transformación lineal asociada a una matriz. Composición de transformaciones lineales y producto de matrices. Matriz de cambio de base. Rotaciones y reflexiones. Transformaciones lineales invertibles.

5.9 Valores y vectores propios

Concepto de valor y vector propio. Subespacio asociado a un valor propio. Polinomio característico de una matriz. Diagonalización de matrices. Matrices ortogonalmente diagonalizables. Valor y vector propio de un operador lineal. Diagonalización de operadores lineales. Operadores lineales ortogonalmente diagonalizables.

5.10 Curvas y superficies cuadráticas

Formas cuadráticas. Diagonalización de formas cuadráticas. Curvas y superficies cuadráticas. Ecuaciones canónicas de las curvas y superficies cuadráticas. Rotación y traslación de las secciones cónicas. Ejes principales y ángulo de rotación.

5.11 Metodología.

Durante el desarrollo de la clase se utiliza la técnica expositiva de parte del docente con posibilidad de involucrar otras de interacción con los estudiantes, tanto en trabajo individual como grupal. Si es posible también se pueden usar recursos tecnológicos en caso que estos estén disponibles. Las actividades de clase deben complementarse por los y las estudiantes con trabajo individual y estudio en grupo extra clase, además se debe propiciar el uso eficiente de las horas de consulta de los docentes de la cátedra. También es fundamental la práctica constante de las diferentes técnicas aprendidas en la clase, además de un estudio detallado de los conceptos matemáticos, así como sus respectivas aplicaciones. La solución de problemas es muy importante, así como el uso adecuado del lenguaje matemático aprendido y por supuesto el razonamiento lógico. Además, algunos profesores de la cátedra están interesados en el uso de la plataforma **Mediación virtual** *en modalidad Virtual Baja de la UCR*, en donde pueden subir información, documentos, cartas, etc; muy importantes para el estudiante.

6 Cronograma

Esta es una posible distribución de temas por semanas; cada profesor puede seguir un orden distinto siempre y cuando se cubran los temas para cada examen. En el curso se cubren todos los objetivos y contenidos propuestos, así que en ese sentido el cronograma es una guía.

#	SEMANA	CONTENIDO
1	07-Ago al 12-Ago	Sistemas de ecuaciones lineales no homogéneos y homogéneos. Sistemas de n ecuaciones lineales en m variables. Sistemas de ecuaciones lineales equivalentes y su relación con las operaciones elementales sobre las filas del sistema . Concepto general de una matriz. Matriz de un sistema de ecuaciones lineales. Matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales Operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Matrices equivalentes por filas. Forma escalonada y forma escalonada reducida por renglones . Método de reducción de Gauss-Jordan y Eliminacion Gaussiana Solución y conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales. Secciones: 1.1,1.2,1.4, 2.3 Material complementario*.
2	14-Ago al 19-Ago	Sistemas consistentes e inconsistentes Sistemas con infinitas soluciones Geometría de un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas Solución de un sistema de ecuaciones lineales que depende de uno o más parámetros. Vector renglón, vector Columna. Matriz $m \times n$ Tipos de matrices: Diagonal. Triangular, idempotente, nilpotente Producto escalar. Producto de Matrices Algunos tipos de matrices. Álgebra de matrices. Propiedades básicas del álgebra de matrices. Matriz simétrica. Matriz antisimétrica. Operaciones elementales sobre las filas de una matriz. Rango de una matriz. Notación de sumatoria. Secciones: 1.4, 2.1,2.2. Material Complementario*
3	21-Ago al 26-Ago	Inversa de una matriz y matrices invertibles. Tipos de matrices: Diagonal. Triangular, idempotente,y nilpotente. Determinante e Inversa de una matriz 2×2. Teorema Resumen 2.4.7. Matriz transpuesta y sus propiedades . Matrices elementales y matrices inversas Secciones: 2.4, 2.5,2.6. Material Complementario*
4	28-Ago al 02-Sep	Definición del determinante de una matriz cuadrada 2×2 y 3×3. Menores y cofactores de una matriz $n \times n$.

Continua en la siguiente página

#	SEMANA	CONTENIDO
4		Definición del determinante de una matriz cuadrada $n \times n$ y sus propiedades elementales. Cálculo del determinante de una matriz triangular y diagonal. Determinante de una matriz invertible. Determinante de una matriz transpuesta. Cálculo de determinantes aplicando operaciones elementales sobre las filas y/o columnas de matriz. Secciones: 3.1,3,2 Material Complementario*
5	04-Sep al 09-Sep	Regla de Cramer. Cálculo de la inversa de una matriz usando la matriz adjunta. Relación entre el rango de una matriz y su determinante. Teorema resumen 3.3.4 Secciones: 3.3,3.4 Material Complementario*
6	11-Sep al 16-Sep	Representación geométrica de un vector. Suma y resta de vectores, su representación geométrica y propiedades. Producto escalar de vectores en $\mathbb{R}^n$ (repaso) y sus propiedades. Norma de un vector. Ángulo entre dos vectores. Producto cruz en $\mathbb{R}^3$ y sus propiedades. Aplicaciones del producto cruz: Cálculo de áreas y volúmenes. Proyecciones ortogonales. **Hasta aquí los contenidos a evaluar en el I Examen Parcial**. Descripción de una línea recta en $\mathbb{R}^n$. Ecuación vectorial, ecuaciones paramétricas y simétricas de una línea recta en $\mathbb{R}^3$. Secciones: 4.1,4.2,4.3,4.4,4,5. Material Complementario*
7	18-Sep al 23-Sep	Repaso.
8	25-Sep al 30-Sep	Planos en $\mathbb{R}^3$. Ecuación vectorial y normal de un plano en $\mathbb{R}^3$. Hiperplanos en $\mathbb{R}^n$. Distancias entre dos puntos. Distancia entre un punto y una recta. Distancia entre dos rectas, entre un punto y un plano, y entre dos planos. Secciones: 4.5. Material Complementario*
9	02-Oct al 07-Oct	Definición y propiedades básicas de los espacios vectoriales. Subespacios vectoriales.Combinación lineal de un conjunto de vectores de un espacio vectorial. Conjunto generador de un espacio vectorial. Dependencia e Independencia Lineal. Teorema resumen 5.4.6 Secciones: 5.1,5.2,5.3,5.4. Material Complementario*
10	09-Oct al 14-Oct	Bases y dimensión de un espacio vectorial. dimension finita e infinita. Base ordenada de un espacio vectorial. Coordenadas de un vector con respecto a una base ordenada.

Continua en la siguiente página

#	SEMANA	CONTENIDO
		Cambios de base. Matriz de transición. Espacio fila y espacio columna de una matriz. Espacio nulo N_A y espacio Imagen $im(A)$ de una matriz A $m \times n$ Rango $\rho(a)$ y nulidad $\nu(A)$ de una matriz. Teorema del rango (Teorema 5.7.7). Teorema Resumen 5.7.10 Secciones: 5.5,5.6,5.7. Material Complementario*
11	16-Oct al 21-Oct	Conjuntos de vectores ortogonales. Bases ortonormales. Subespacios mutuamente ortogonales. Complemento ortogonal de un subespacio vectorial. Proyección ortogonal sobre un subespacio. Método de ortonormalización de Gram-Schmidt para la construcción de bases ortonormales. Matriz Ortogonal Complemento ortogonal de un subespacio vctorial Teorema de proyección (teorema 6.1.7) Distancia de un punto a un subespacio vectorial. Secciones: 6.1, Material Complementario* **Hasta aquí los contenidos a evaluar en el II Examen Parcial.**
12	23-Oct al 28-Oct	Repaso
13	30-Oct al 04-Nov	Concepto de transformación lineal. Determinación de una transformación lineal conocida su acción sobre una base. Núcleo nu(T) e imagen Im(T) de una transformación lineal. Inyectividad y sobreyectividad de una transformación lineal. Relación entre las dimensiones del dominio, el núcleo y la imagen de una transformación lineal. Matriz asociada a una transformación lineal. Nulidad $\nu(T)$ y rango $\rho(T)$ de una transformación lineal. Secciones: 7.1,7.27.3 Material Complementario*
14	06-Nov al 11-Nov	Composición de transformaciones lineales y producto de matrices. Matriz de cambio de base. Transformaciones lineales invertibles.Isomorfismos. Rotaciones y reflexiones. Homotecias (expansiones y compresiones). Secciones: 7.3,7.4. Material Complementario*
15	13-Nov al 18-Nov	Concepto de valor y vector propio de una matriz. Subespacio asociado a un valor propio. Polinomio característico de una matriz. Multiplicidad geométrica y algebraica. matrices semejantes y Diagonalización. Matrices ortogonalmente diagonalizables. Valor y vector propio de una transformación lineal. Diagonalización de transformaciones lineales. Secciones:8.1,8.2,8.3. Material Complementario*

Continua en la siguiente página

#	SEMANA	CONTENIDO
16	20-Nov al 21-Nov	Transformaciones lineales ortogonalmente diagonalizables. Formas cuadráticas. Diagonalización de formas cuadráticas Secciones cónicas. Teorema de los ejes principales. Secciones: 8.4,8.5 Material Complementario*
	22-Nov al 25-Nov	Repaso
17	27-Nov al 02-Dic	Semana de Exámenes
18	04-Dic al 09-Dic	Semana de Exámenes
19	11-Dic al 16-Dic	Semana de Exámenes y Entrega de Notas
	*	Ejercicios adicionales o Material teórico complementario esencial para el curso. Este material se entregará cuando sea necesario.

7 Evaluación

Se realizarán tres exámenes parciales con el siguiente peso: el primero 35%, el segundo 30% y el tercero 35% para obtener así la nota de aprovechamiento NA. Cada prueba tendrá una duración de tres horas. En el caso del examen de ampliación, éste evaluará aquellos temas en que el estudiante no sacó nota superior o igual a 70 en alguno(s) de los exámenes parciales. Si solamente debe presentar examen sobre uno de los parciales, se le da una hora de tiempo. Si debe presentar examen sobre dos parciales cualesquiera, se le dan dos horas y si debe presentar examen sobre los tres parciales, entonces hace las tres partes que componen el examen y tendrá disponible tres horas de tiempo para su solución.

7.1 Reporte de nota final

Para efectos de promoción rigen los siguientes criterios, los cuales se refieren a la nota de aprovechamiento NA indicada arriba, expresada en una escala de 0 a 10, redondeada, en enteros y fracciones de media unidad, según la reglamentación vigente:

- Si $NA \geq 6,75$ el estudiante gana el curso con calificación NA redondeada a la media más próxima, los casos intermedios como $7,25$ se redondean hacia arriba, es decir, $7,5$.
- Si $5,75 \leq NA < 6,75$, el estudiante tiene derecho a realizar el examen de ampliación, en el cual se debe obtener una nota superior o igual a 7.0 para aprobar el curso con nota 7.0, en caso contrario su nota sera 6.0 o 6.5, la más cercana a NA.
- Si $NA < 5,75$ pierde el curso.
- La calificación final del curso se notifica a la Oficina de Registro e Información, en la escala de cero a diez, en enteros y fracciones de media unidad.

8 Calendario de exámenes

Las fechas de las pruebas parciales son las siguientes:

Prueba	Hora	Fecha Regular	Fecha de reposición
1	2:00 pm	Sábado 23 de Setiembre	Miércoles 04 de Octubre
2	1:00 pm	Sábado 28 de Octubre	Miércoles 08 de Noviembre
3	1:00 pm	Jueves 30 de Noviembre	Lunes 04 de Diciembre
Ampliación y Suficiencia	1:00 pm	Lunes 11 de Diciembre	Miércoles 14 de Diciembre

Las fechas y horas de los exámenes están sujetas a la disponibilidad de aulas.

Horas de consulta y otros:
En la pizarra de MA 1004, ubicada en el pasillo del segundo piso de Física y Matemática, y en la página web de la Escuela de Matemática se publicará información sobre: distribución de aulas para exámenes, horarios, horas de consulta, etc.
Uso de calculadoras:
En los exámenes únicamente se permitirán como máximo calculadoras científicas básicas, es decir, no est permitido el uso de calculadoras programables.
Disposiciones para la realización de las evaluaciones:
Los exámenes son de cátedra y su resolución es en forma individual. No está permitido que el estudiante utilice su celular, tabletas o cualquier otro medio de comunicación electrónico o dispositivo electrónico durante los exámenes. Cualquier intento de copiar en el examen será sancionado con base en lo que establece la reglamentación vigente. El estudiante debe presentarse puntualmente el día del examen en el aula que fue asignada a su grupo y expuesta en la pizarra de MA-1004 o en la página de la Escuela de Matemática. **No se permiten los cambios de grupo, todo estudiante debe realizar las evaluaciones en el grupo en que está matriculado**. Además, el estudiante debe traer **un cuadernillo de examen** y **bolígrafo de tinta azul o negra**, no se permitirán hojas sueltas adicionales. También es indispensable portar algún tipo de identificación (cédula, licencia de conducir o carné universitario con foto, vigentes) de lo contrario no podrá efectuar la prueba.
Exámenes de reposición: Aquellos estudiantes con ausencia justificada a un examen de cátedra tales como enfermedades (con justificación médica), o choques de exámenes (con constancia del Sr. coordinador respectivo), o casos de giras (reportados por escrito) y con el visto bueno del órgano responsable, podrán realizar el examen de reposición, **siempre que llenen la boleta de justificación** (se pide en la secretaría de la Escuela de Matemática), adjunten la respectiva constancia y la depositen en el casillero del coordinador de MA-1004 (casillero 12, segundo piso FM), en los cinco das hábiles siguientes después de realizada la prueba o bien en los cinco días hábiles después de haberse incorporado a clases en caso de enfermedad. En caso de que la justificación sea por enfermedad, el estudiante debe aportar el dictamen médico respectivo extendido por la oficina competente o medico particular indicando explícitamente que en virtud de su enfermedad el estudiante no podía asistir a la prueba. **Un control de tiempo de Emergencias de algún hospital no es documento suficiente para justificar la reposición ya que este no establece que el estudiante estaba impedido de realizar la prueba.**
Calificación de exámenes: El profesor debe entregar a los alumnos los exámenes calificados y

sus resultados, a más tardar 10 días hábiles después de haberlos efectuados, de lo contrario, el estudiante podrá presentar reclamo ante la dirección de la Escuela de Matemática. La pérdida comprobada de un examen por parte del profesor da derecho al estudiante a una nota equivalente al promedio de sus calificaciones, o a criterio del estudiante, a repetir el examen. La calificación de la evaluación debe realizarla el docente de manera fundamentada y debe contener, de acuerdo con el tipo de prueba, un señalamiento académico de los criterios utilizados y de los aspectos por corregir. Al entregar los resultados de las pruebas parciales, los contenidos de éstas debern ser explicados por el profesor. Si el estudiante o la estudiante considera que la prueba ha sido mal evaluada, tiene derecho a: 1. Solicitar al profesor o a la profesora, de forma oral, aclaraciones y adiciones sobre la evaluación, en un plazo no mayor de tres días hábiles posteriores a la devolución de esta. El profesor o la profesora atenderá con cuidado y prontitud la petición, para lo cual tendrá un plazo no mayor a cinco días hábiles. 2. Presentar el recurso de revocatoria (reclamo) por escrito, en un plazo no mayor de cinco días hábiles posteriores a la devolución de la prueba. En caso de haber realizado una gestión de aclaración o adición, podrá presentar este recurso en un plazo de cinco días hábiles posteriores a haber obtenido la respuesta respectiva o al prescribir el plazo de respuesta correspondiente. El recurso de revocatoria debe dirigirse al profesor o a la profesora y entregarse en la secretaría de la Unidad Académica a la que pertenece el curso, la cual debe consignar la fecha de recibido. La persona que dirige la Unidad Académica debe coordinar para que el recurso sea debidamente atendido y resuelto en un plazo de cinco días hábiles, contados a partir del día de la presentación del recurso. Si el recurso de revocatoria es rechazado o no es atendido en el plazo previsto, el estudiante o la estudiante podrá interponer un recurso de apelación, en forma escrita y razonada, ante la persona que dirige la Unidad Académica, con copia al Centro de Asesora Estudiantil del área respectiva. La apelación deberá presentarse en los cinco das hábiles posteriores a la notificación de lo resuelto por el profesor o la profesora, o al vencimiento del plazo que se tenía para contestar. La persona que dirige la Unidad Académica remitirá el caso a la Comisión de Evaluación y Orientación, en un plazo no mayor de tres días hábiles, la cual deberá elaborar un informe al respecto y remitirlo a la dirección, en los quince días hábiles posteriores a la fecha de la solicitud. La Comisión podrá, si lo considera necesario, dar audiencia al estudiante o a la estudiante, y al profesor o a la profesora involucrados. Además, podrá requerir el criterio de docentes ajenos al proceso y especialistas en la materia, quienes deberán manifestarse en un plazo máximo de cinco días hábiles, comprendido dentro del plazo quincenal establecido. El director o la directora de la Unidad Académica deberá emitir su resolución, en forma escrita y justificada, a más tardar cinco días hábiles después de recibido el informe de la Comisión de Evaluación y Orientación. El director o la directora solo podrá apartarse del criterio de la Comisión cuando fundamente su decisión. El estudiante puede consultar el Reglamento de Rgimen Académico Estudiantil en la dirección http://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_academico_estudiantil.pdf con el fin de aclarar alguna duda con lo estipulado en este documento.

9 Objetivos de evaluación.

Para cumplir con los objetivos propuestos, se pretende seguir las estrategias metodológicas en relación a los contenidos. Seguidamente se menciona los objetivos específicos y actividades que deben cumplir los estudiantes al final de cada tema.

Sistemas de ecuaciones lineales: Al concluir este tema el estudiante debe ser capaz de:

- Determinar si una ecuación dada es lineal o no, respecto de las variables involucradas.
- Identificar la matriz de coeficientes de un sistema de ecuaciones lineales.
- Escribir un sistema de ecuaciones lineales en forma matricial (matriz aumentada).
- Aplicar operaciones elementales a las filas de la matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales para obtener el conjunto solución del sistema.
- Expresar, adecuadamente, el conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales.
- Calcular la forma escalonada reducida de una matriz.
- Determinar si dos matrices dadas son equivalentes por filas.
- Determinar el rango fila de una matriz.
- Determinar si un sistema de ecuaciones lineales es inconsistente, comparando los rangos de la matriz de coeficientes y de la matriz ampliada del sistema.
- Estudiar sistemas de ecuaciones lineales, homogéneos o no, con coeficientes alfa numéricos, determinando condiciones algebraicas sobre los coeficientes para que el sistema sea inconsistente, o tenga solución única, o tenga infinitas soluciones y en este último caso determinar el número de parámetros libres de los cuales depende el conjunto solución del sistema.

Matrices: Al concluir este tema el estudiante debe ser capaz de:

- Reconocer una matriz, establecer su dimensión, identificar sus filas y sus columnas, referirse a sus elementos de acuerdo al puesto que ocupan en la matriz.
- Clasificar una matriz como cuadrada, triangular inferior, triangular superior, o diagonal.
- Calcular la matriz transpuesta de una matriz, e identificar si una matriz dada es simétrica o no.
- Determinar cuando es posible sumar dos matrices.
- Sumar matrices, multiplicar matrices por números reales, identificar la matriz nula como elemento neutro de la suma de matrices.
- Determinar en cuales casos es posible multiplicar dos matrices.
- Multiplicar matrices y conocer la no conmutatividad del producto de matrices.
- Identificar a la matriz identidad como elemento neutro para la multiplicación de matrices.
- Conocer y aplicar las propiedades de la multiplicación de matrices: asociatividad, distributividad respecto de la suma de matrices, producto de un escalar por el producto de dos matrices.
- Conocer y aplicar las propiedades de la trasposición de matrices en relación con la suma y el producto de matrices y la multiplicación por escalar.

- Conocer el concepto inverso multiplicativo de una matriz y su unicidad, cuando exista la matriz inversa.
- Determinar en que casos una matriz cuadrada tiene inversa.
- Calcular la inversa de una matriz, cuando esta exista.
- Resolver ecuaciones matriciales, aplicando las propiedades algebraicas de la suma y la multiplicación, de la transposición y de la inversión de matrices.
- Reconocer una combinación lineal de un conjunto de vectores en $\mathbb{R}^n$ e identificar el producto de una matriz por un vector columna como una combinación lineal de las columnas de dicha matriz.
- Determinar si un conjunto de vectores en $\mathbb{R}^n$ es linealmente independiente asociando esto a determinar si un sistema de ecuaciones lineales homogéneo tiene solución única y/o hallando el rango de la matriz cuyas columnas (filas) es el conjunto de vectores dado.
- Aplicar el Teorema Resumen (Teoremas 2.4.6 y 2.4.7) relacionándolo con los conceptos previos estudiados.

Determinantes: Al concluir este tema el estudiante debe ser capaz de:

- Calcular el determinante de una matriz 2×2.
- Calcular el determinante de una matriz triangular.
- Conocer las propiedades del determinante de una matriz respecto a las operaciones elementales sobre sus filas o sus columnas.
- Aplicar operaciones elementales sobre las filas y/o columnas de una matriz para llevarla a forma triangular y calcular su determinante.
- Conocer y aplicar la linealidad por filas (columnas) del determinante de una matriz.
- Conocer y aplicar las propiedades del determinante respecto a la multiplicación y la trasposición de matrices.
- Calcular el determinante de la matriz inversa de una matriz dada, invertible.
- Determinar, calculando el determinante, si una matriz cuadrada dada es invertible o no.
- Conocer y aplicar la regla de Cramer para resolver sistemas de ecuaciones lineales, con igual número de ecuaciones que de variables y matriz de coeficientes invertible. Cálculo de la inversa de una matriz usando la matriz adjunta.
- Aplicar el Teorema Resumen (Teoremas 2.6.4 y 3.3.4) relacionándolo con los conceptos previos estudiados.

Geometría vectorial: Al concluir este tema el estudiante debe ser capaz de:

- Interpretar flechas entre puntos de $\mathbb{R}^n$ como vectores.

- Interpretar geometricamente la suma de dos vectores y el producto de un escalar por un vector.
- Calcular el producto punto de dos vectores y la norma de un vector.
- Determinar el coseno del ángulo formado por dos vectores.
- Conocer y aplicar la desigualdad de Cauchy-Schwarz.
- Determinar la proyección ortogonal de un vector sobre otro.
- Calcular el producto vectorial de dos vectores en $\mathbb{R}^3$ y conocer sus propiedades algebraicas.
- Aplicar el producto vectorial en $\mathbb{R}^3$ para calcular áreas de paralelogramos y volúmenes de paralelepípedos.
- Interpretar el valor absoluto del determinante de una matriz 3×3 como el volúmen del paralelepípedo formado por sus vectores fila.
- Aplicar los conceptos de la geometría vectorial para resolver problemas geométricos.

Rectas y planos: Al concluir este tema el estudiante debe ser capaz de:

- Determinar una ecuación vectorial para una línea recta en $\mathbb{R}^3$.
- Determinar ecuaciones paramétricas para una línea recta en $\mathbb{R}^3$.
- Determinar ecuaciones simétricas para una línea recta en $\mathbb{R}^3$.
- Determinar una ecuación vectorial para un plano en $\mathbb{R}^3$.
- Determinar una ecuación normal para un plano en $\mathbb{R}^3$.
- Generalizar el concepto de ecuación normal para un plano en $\mathbb{R}^3$ al concepto de hiperplano en $\mathbb{R}^n$.
- Determinar intersecciones entre dos líneas rectas, entre una linea recta y un plano y entre dos planos.
- Determinar la distancia entre dos puntos de $\mathbb{R}^n$.
- Determinar la distancia entre un punto y una linea recta, entre dos líneas rectas, entre una línea recta y un plano y entre dos planos.
- Resolver problemas geométricos relacionados con líneas rectas y planos.

Espacios vectoriales: Al concluir este tema el estudiante debe ser capaz de:

- Conocer la estructura algebraica de espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$.
- Determinar si una estructura algebraica dada, sobre un conjunto, lo hace espacio vectorial o no.

- Reconocer a $\mathbb{R}^n$, al conjunto de matrices de dimensión $m \times n$, al conjunto de polinomios de grado menor o igual que n, a conjuntos de funciones de valor real definidos adecuadamente y a otras estructuras conocidas por los estudiantes, como espacios vectoriales sobre $\mathbb{R}$.
- Conocer las propiedades algebraicas básicas de un espacio vectorial.
- Determinar si un subconjunto de un espacio vectorial es un subespacio vectorial.
- Reconocer subespacios formados por las combinaciones lineales de un conjunto finito de vectores de un espacio vectorial.
- Determinar la intersección y la suma de subespacios vectoriales de un espacio vectorial dado.
- Reconcer espacios vectoriales de m atrices y polinomios.
- Hallar un conjunto generador de vectores para un subespacio vectorial dado.
- Conocer el concepto de base y dimensión de un espacio vectorial.
- Hallar bases para los espacios fila y columna de una matriz.
- Hallar bases para subespacios generados por un conjunto de vectores conocidos.
- Determinar el vector coordenado de un vector de un espacio vectorial, con respecto a una base fija.
- Determinar condiciones para que un conjunto de vectores, que dependen de uno o más parámetros, sea linealmente independiente.

Ortogonalidad y proyecciones: Al concluir este tema el estudiante debe ser capaz de:

- Reconocer un conjunto ortogonal de vectores de un espacio vectorial con producto interno.
- Reconocer un conjunto ortonormal de vectores de un espacio vectorial con producto interno.
- Determinar el complemento ortogonal de un subespacio dado.
- Obtener una base ortonormal a partir de una base dada de un subespacio. (Proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt.)
- Obtener la proyección ortogonal de un vector sobre un subespacio vectorial.
- Calcular la distancia de un punto a un subespacio vectorial.
- Aplicar el Teorema Resumen (Teoremas 5.4.6 y 5.7.10) relacionándolo con los conceptos previos estudiados.

Transformaciónes lineales: Al concluir este tema el estudiante debe ser capaz de:

- Conocer el concepto de transformación lineal y sus propiedades básicas.
- Determinar si una función dada entre dos espacios vectoriales es una aplicación o transformación lineal.

- Reconocer los subespacios vectoriales núcleo e imagen de una transformación lineal.
- Obtener bases para el núcleo y la imagen de una transformación lineal.
- Determinar completamente una transformación lineal, a partir de las imágenes de los elementos de una base de su dominio.
- Determinar completamente una transformación lineal a partir de las imagenes de algunos objetos geometricos dados.
- Determinar si una transformación lineal es inyectiva.
- Determinar si una transformación lineal es sobreyectiva.
- Conocer y aplicar la relación entre las dimensiones del dominio, el núcleo y la imagen de una transformación lineal.
- Conocer que la suma de transformaciones lineales, la multiplicacion por escalar de una transformación lineal y la composicion de transformaciones lineales es una transformación lineal.
- Conocer que el conjunto de todas las transformaciones lineales entre dos espacios vectoriales tiene estructura de espacio vectorial, con las operaciones usuales.
- Reconocer que toda matriz de dimensión $m \times n$en determina una transformación lineal de $\mathbb{R}^n$ en $\mathbb{R}^m$.
- Obtener una representación matricial para una transformación lineal dada de $\mathbb{R}^n$ en $\mathbb{R}^m$ con respecto a las bases canónicas, e identificar la acción de la transformación lineal como una multiplicación de una matriz por un vector.
- Obtener una representación matricial para una transformación lineal dada de $\mathbb{R}^n$ en $\mathbb{R}^m$ con respecto a bases dadas para el dominio y el producto de matrices.
- Reconocer una representación matricial de la transformación identidad, como una matriz de cambio de base.
- Obtener distintas representaciones matriciales de una transformación lineal, mediante multiplicación por matrices de cambio de base.
- Determinar si una transformación lineal es invertible y en caso afirmativo obtener la transformación lineal inversa.
- Conocer la relación entre transformaciones lineales invertibles y matrices invertibles y aplicarlo a obtener inversas de transformaciones lineales inyectivas. (Biyectivas sobre su Imagen).
- Determinar cuando una transformación lineal es un isomorfismo.
- Aplicar el Teorema Resumen (Teorema 7.4.4) relacionándolo con los conceptos previos estudiados.

Valores y vectores propios: Al concluir este tema el estudiante debe ser capaz de:

- Conocer los conceptos de valor y vector propio de una matriz cuadrada.

- Calcular el polinomio característico de una matriz cuadrada.
- Identificar los valores propios de una matriz cuadrada con las raíces de su polinomio característico.
- Conocer el concepto de espacio propio correspondiente a un valor propio.
- Determinar los espacios propios correspondientes a los distintos valores propios de una matriz cuadrada, obteniendo una base para cada uno de tales espacios propios.
- Identificar la multiplicidad algebraica y geométrica de un valor propio.
- Determinar si una matriz dada A es diagonalizable y en caso que lo sea obtener una matriz invertible C tal que $C^{-1}AC$ sea diagonal.
- Determinar si una matriz dada A es ortogonalmente diagonalizable y en caso que lo sea obtener una matriz ortogonal P tal que P^tAP sea diagonal.
- Conocer que una matriz real es ortogonalmente diagonalizable si y solo si es simétrica.
- Interpretar y aplicar todo lo desarrollado para matrices cuadradas a los operadores lineales en $\mathbb{R}^n$.
- Aplicar el Teorema Resumen (Teorema 8.1.7) relacionándolo con los conceptos previos estudiados.

Curvas y superficies cuadráticas: Al concluir este tema el estudiante debe ser capaz de:

- Conocer el concepto de forma cuadrática.
- Expresar una forma cuadrática en forma matricial. (Representada por una matriz simétrica)
- Eliminar los terminos mixtos de una forma cuadrática, mediante la diagonalización ortogonal de la matriz asociada y un cambio de variables apropiado.
- Aplicar la diagonalización ortogonal de las formas cuadráticas a la representación, en forma canónica, de las secciones cónicas.
- Dada una ecuacion cuadrática en dos variables, identificar la sección cónica correspondiente, llevarla a una representación canónica y representarla gráficamente, dibujando, en un mismo gráfico, los ejes correspondientes a las variables originales, los ejes correspondientes a la transformación efectuada para llevar la sección cónica a su forma canónica; e indicar el valor del ángulo de rotación de los ejes originales (si hay rotación).
- Dada una ecuación cuadrática en tres variables, identificar la superficie cuadrática correspondiente, llevarla a una ecuación canónica, e indicar el valor de los ángulos de rotación de los ejes originales (si hay rotación) respecto de cada uno de los nuevos ejes.

10 Referencias bibliográficas.

Libro de referencia: Grossman, S, Flores, J. (1996) Álgebra lineal . Séptima edición. McGraw Hill. México. Además la cátedra complementará algunos temas con material adicional cuando sea necesario.

Cada profesor puede complementar su lección con otro libro que considere de su preferencia. No obstante, el profesor debe cubrir los temas para cada parcial conforme se indica en el cronograma del curso. Las estrategias didácticas y metodológicas que se sugieran así como la lista de ejercicios a resolver se darán con base en el libro de texto y el material complementario asignado.

La bibliografía incluida en este programa constituye una guía para la consulta por parte del profesor y el estudiante en cuanto al nivel de presentación de los temas que forman el programa. El profesor puede ampliarla con otros libros de referencia de su preferencia.

1. Anton, H. (1992) Introduccin al lgebra Lineal. Tercera edicin. Limusa. Mxico. 14
2. Arce C., Castillo W., Gonzáles J.(2004) Álgebra lineal. Tercera Edición. Editorial UCR,.
3. Del Valle, Juan C. (2012) lgebra lineal para estudiantes de ingeniera y ciencias. Mc Graw Hill. México.
4. Grossman, S. (1996) Álgebra lineal con aplicaciones. Quinta edición. Mc Graw Hill. México.
5. Harvey, G. (1992) Álgebra lineal. Grupo Editorial Iberoamérica. México.
6. Hill, R. (1996) lgebra Lineal Elemental con Aplicaciones. Tercera edición. Prentice Hall. México.
7. Howard, A. (1992) Introducción al lgebra lineal. Tercera edición. Limusa. México.
8. Kolman, B. (1999) Álgebra lineal con aplicaciones y Matlab. Segunda edición. Prentice Hall. México.
9. Lang, S. (1976) Álgebra Lineal. Fondo Educativo Interamericano, México, DF.
10. Lay D.(2007) Álgebra Lineal Elemental y sus aplicaciones. Tercera edición. Editorial Pearson.
11. Lay, D. (2013) Álgebra Lineal para cursos con enfoque por competencias. Primera edición. Pearson. México.
12. Lipschutz S.(1989) 3,000 Solved Problems in Linear Algebra. McGraw-Hill Education,.
13. Nicholson, W. (1979) Álgebra lineal con aplicaciones. Tercera edición. Mc Graw Hill. México.
14. Noble, D. (1989) Álgebra Lineal Elemental y sus Aplicaciones. Tercera edición. Prentice Hall. México.
15. Pita, Claudio. (1991) Álgebra lineal con aplicaciones. Cuarta edición. Mc Graw Hill. España.
16. Strang, Gilbert. (2009) Introduction to Linear Algebra. 4th Ed. Wellesley-Cambridge Press.

Esta Carta al Estudiante estará disponible en la página de la Escuela de Matemática para los estudiantes interesados en obtenerla para su consulta.

Atentamente:

Dr. Pedro Díaz Navarro.
Oficina 436 FM, extensión 4536
Coordinador de MA 1004
Correo: pedro.diaz@ucr.ac.cr

Distribución de grupos

GRUPO	HORARIO	AULA	PROFESOR
1	L: 7:00-9:50 J: 7:00-8:50	309 CS 309 CS	Kevin Moradel Bautista
2	L 07:00-08:50 J 07:00-09:50	504 CS 504 CS	Pedro Díaz Navarro
3	L 10:00-12:50 J 11:00-12:50	504 CS 504 CS	Kevin Moradel Bautista
4	L 11:00-12:50 J 10:00-12:50	608 CS 608 CS	Josué Ávila Artavia
5	L 13:00-14:50 J 13:00-15:50	608 CS 608 CS	Miguel Alpízar Roldán
6	L 13:00-15:50 J 13:00-14:50	609 CS 609 CS	Mario Villalobos Arias
7	L 15:00-15:50 J 13:00-14:50	212 AU 212 AU	Daniel Solano Varela
8*	L 17:00-18:50 J 16:00-18:50	441 CE 212 FM	Héctor Méndez Gómez
9*	L 19:00-21:50 J 19:00-20:50	212 FM 202 CS	Jorge Andrés Arce Garro
10	L 19:00-21:50 J 19:00-20:50	409 CS 214 FM	Mario Villalobos Arias
11	K 07:00-09:50 V 07:00-08:50	609 CS 401 CS	Leonardo Marranghello Musmanni
12	K 07:00-08:50 V 07:00-09:50	607 CS 607 CS	Fabián Mora Cordero
13	K 10:00-12:50 V 11:00-12:50	609 CS 609 CS	Josué Ávila Artavia
14	K 11:00-12:50 V 10:00-12:50	501 CS 406 CS	Bryan Rivas Marín
15	K 11:00-12:50 V 10:00-12:50	504 CS 409 CS	Marco Antei
16	K 13:00-15:50 V 13:00-14:50	221 AU 409 CS	Miguel Alpízar Roldán
17	K 13:00-14:50 V 13:00-15:50	213 FM 406 CS	Daniel Solano Varela
18	K 17:00-18:50 V 16:00-18:50	115 CE 501 CS	Oldemar Rodríguez Rojas
19	K 07:00-09:50 V 07:00-8:50	111 IN 216 CE	Bryan Rivas Marín
20	K 19:00-21:50 V 19:00-20:50	207 AG 207 AG	Gilberto Vargas Mathey

*: GRUPO ESPECIAL CON USO DE COMPUTADORAS